10.03.2016

Anmerkungen zur Arbeit Einsteins

Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation

(Vortrag in der Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse der Preußischen Akademie der Wissenschaften vom 22. Juni 1916, Sitzungsbericht vom 29. Juni 1916, Seiten 688 bis 696)

von Dr. Manfred Pohl

Quelle: http://articles.adsabs.harvard.edu/cgi-bin/get_file?pdfs/SPAW./1916/1916SPAW.......688E.pdf

Zu Seite 688:

Hier heißt es:
„In der Gleichung

$$g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu} \tag{1}$$

haben die Größen $\gamma_{\mu\nu}$ gegenüber linearen othogonalen Transformationen Tensorcharakter.

Sie sind klein gegen 1, sodaß deren Quadrate gegen die ersten Potenzen vernachlässigt werden dürfen. Stets ist dabei $\delta_{\mu\nu} = 1 \; oder \; \delta_{\mu\nu} = 0$, jenachdem, ob $\mu = \nu \; oder \; \mu \neq \nu$.

Wir werden zeigen, daß diese $\gamma_{\mu\nu}$ in analoger Weise berechnet werden können wie die retardierten Potentiale der Elektrodynamik."

Diese Auffassung ist falsch, weil die retardierten Potentiale der Elektrodynamik materieller Natur sind, die Gravitationsfelder hingegen nicht.

Als Folge daraus postuliert Einstein: „Daraus folgt zunächst, daß sich die Gravitationsfelder mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten." Das ist der zweite Fehler, der aus dem oberen Fehler unmittelbar folgt. Das Wesen dieses Fehlers besteht in der Auffassung, daß sich eine Kraft „bewege". Das aber ist physikalisch ohne Inhalt.

Einstein kommt deshalb an dieser Stelle zwingend zu der Auffassung über die Existenz von Gravitationswellen: „Wir werden im Anschluß an diese allgemeine Lösung die Gravitationswellen und deren Entstehungsweise untersuchen." Es ist die Festlegung, daß sich die Gravitationsfelder mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten, die zu dem Schluß führt, daß es Gravitationswellen geben muß. Die Gravitationsfelder werden als materielle Objekte betrachtet (als materielle Felder), die sie jedoch nicht sind.

Einstein berichtet über „...eine briefliche Mitteilung des Astronomen de Sitter, der fand, daß man durch eine andere Wahl des Bezugssystems zu einem einfacheren Ausdruck des Gravitationsfeldes eines ruhenden Massenpunktes gelangen kann, als ich ihn früher gegeben hatte. Ich stütze mich daher im folgenden auf die allgemein invarianten Feldgleichungen."
Suspekt ist hierin die Formulierung „...des Gravitationsfeldes eines ruhenden Massepunktes...". Für einen einzeln genommenen Massepunkt ist der Begriff Gravitation gegenstandslos. Gravitation ist eine Kraftwirkung zwischen mindestens zwei Massepunkten. Die Annahme einer Gravitation für einen einzelnen Massepunkt ist gleichzusetzen mit der Annahme der „Abstrahlung" oder „Ausstrahlung" der Gravitation. Damit wird wiederum gezeigt, daß Einstein die Gravitation als materiell ansieht. Dem ist jedoch entgegenzuhalten, daß es Gravitation für einen einzeln genommenen Massepunkt nicht geben kann, was aus der Newtonschen Gravitationsgleichung hervorgeht: $G = \gamma \cdot m_1 \cdot m_2 / r^2$. Geht in dieser Gleichung eine der Massen gegen Null, heißt, sie ist nicht mehr vorhanden, so ist auch die Gravitation Null, heißt, sie ist nicht mehr vorhanden.

Zu Seite 689:

In den 1916 veröffentlichten Feldgleichungen in der kovarianten Form benutzt Einstein den Materietensor $T_{\mu\nu}$ zur Abbildung des Gravitationsfeldes:

$$R_{\mu\nu} + S_{\mu\nu} = -\chi\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T\right)$$

$$R_{\mu\nu} = \sum_{\alpha} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \begin{Bmatrix} \mu\nu \\ \alpha \end{Bmatrix} + \sum_{\alpha\beta} \begin{Bmatrix} \mu\alpha \\ \beta \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \nu\beta \\ \alpha \end{Bmatrix}$$

$$S_{\mu\nu} = \frac{\partial \log \sqrt{g}}{\partial x_\mu \partial x_\nu} \sum_{\alpha} \begin{Bmatrix} \mu\nu \\ \alpha \end{Bmatrix} \frac{\partial \log \sqrt{g}}{\partial x_\alpha}$$

mit
den Christoffelschen Symbolen in geschweiften Klammern,
dem kovarianten Energietensor der Materie $T_{\mu\nu}$ und

dem zugehörigen Skalar T

Es ist jedoch unrichtig, die Feldgleichungen der Gravitation, also die Gleichungen eines nichtmateriellen Feldes mit dem Materietensor zu verarbeiten. Dieser Fehler Einsteins wird in der Folge die Gravitationstheorie in eine Richtung lenken, die von der „Ausbreitung“ der Gravitation geprägt ist.

Der Fehler stammt jedoch schon aus einer früheren Zeit. Im Jahre 1913 veröffentlicht Einstein zusammen mit dem ungarischen Mathematiker Marcel Großmann die Abeit „Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation“. In seiner Arbeit „Wie Einstein seine Feldgleichungen fand“ vom 5. November 2009 beschreibt Dr. Johannes Neidhart, Universität Köln, im Kapitel 3, wie die Gleichungen herausgearbeitet wurden. Er sagt:

„In einem vielversprechenden Abschnitt werden Feldgleichungen vorgestellt, bestimmt durch den Energie-Impuls-Tensor T_{ik} und den Gravitationstensor G_{ik}, sowie eine Konstante:

$$G_{ik} = k \cdot T_{ik} \qquad (3)$$

Die Form dieser Feldgleichungen entspricht also zu diesem Zeitpunkt schon den heutigen. Die Herausforderung war nun einen Gravitationstensor zu finden, der die Feldgleichungen allgemein kovariant werden ließ. Dass sich G_{ik} aus der Metrik und ihren Ableitungen zusammensetzte, stand für Einstein und Großmann schon fest. Einstein vermutete sogar, dass er sich aus zweiten Ableitungen der Metrik entwickeln musste.
In einer langen Rechnung versuchte Einstein die Newton'schen Poissongleichungen zu verallgemeinern und kam so auf die Form

$$G^{ik} = (g^{lm} g^{ik}{}_{,m})_{,l} + O^{ik} \qquad (4)$$

wobei O^{ik} ein Term ist, der in der Näherung schwacher Felder vernachlässigbar klein wird. Das führt dann im Fall schwacher statischer Felder unter der Annahme das g^{ik} dann nur noch Diagonaleinträge hat zu

$$g^{ik} - G^{ik} \rightarrow G^{00} - -\Delta g^{00} \qquad (5)$$

und damit zu dem erwarteten Newton'schen Grenzfall, dass g^{00} als der einzige nichtverschwindende Term das Gravitationsfeld über die Lichtgeschwindigkeit determiniert.

In Großmanns Teil schreibt dieser, dass der natürliche Kandidat für den Gravitationstensor der Ricci-Tensor ist. Allerdings erfüllt dieser nicht die erwartete Grenzbedingung. Was Einstein und Großmann zu diesem Zeitpunkt offensichtlich noch nicht bewusst gewesen zu sein scheint, ist die Tatsache, dass man mithilfe von Koordinateneichungen die gewünschte Form erzielen kann. Allerdings liegt dort nicht das Hauptproblem. Mit der Grenzannahme von statischen Feldern, die Einstein und Großmann getroffen hatten, ist es nicht möglich, den Ricci-Tensor zu akzeptieren.

Im Folgenden versuchte Einstein in seinem „Züricher Notizbuch“ auf verschiedene Weisen einen Gravitationstensor aus dem Riccitensor zu extrahieren, der das gewünschte Verhalten hatte. So setzte er zum Beispiel an, einen Gravitationstensor τ^{ik} zu konstruieren, der voll kontrahiert dem Ricciskalar gleicht, also

$$R - g_{ik}\, \tau^{ik}.$$

Er brach dieses Vorhaben aber mit der Bemerkung „zu kompliziert“ ab. Danach begann er mit der Koordinatenbedingung

$$g^{kl}\, \Gamma^{i}{}_{kl},$$

welche den Ricci Tensor auf Form (4) gebracht hätte, brach aber auch diesen Ansatz ab. Einen weiteren Ansatz startete er mit einer Aufteilung des Ricci-Tensors in zwei Terme mit $R^i - \log\left(\sqrt{g}\right)^i$:

$$R^{ik} - R^{i,k} - \Gamma^{ik}{}_l R^l - \Gamma^{ik}{}_{,j}{}^j - \Gamma^{ij}{}_l \Gamma^{lk}{}_j$$

und definierte $\overline{R}^{ik} - \Gamma^{ij}{}_l \Gamma^{lk}{}_j$ als Kandidaten für den Gravitationstensor. $\overline{R}^{ik}$ erfüllt sogar (4), allerdings liefert er im statischen Fall keine Minkowskimetrik, deswegen wurde auch dieser Ansatz verworfen.“

Erläuternd sei hier angefügt, daß der Ricci-Tensor ein Tensor 2. Stufe ist, der gebildet wird, indem man den Riemann-Tensor über den metrischen Tensor verjüngt. Danach entsteht durch eine weitere Verjüngung der Ricci-Skalar (die skalare Krümmung), der zusammen mit dem Ricci-Tensor den Einstein-Tensor der Allgemeinen Relativitätstheorie bildet.

Das ist bis hierhin mathematisch völlig korrekt, wenn diese mathematischen Operationen auf die Beschreibung der relativistischen Materiebewegungen im Raum angewendet werden. Hierfür ist der Einstein-Tensor ein sehr bedeutsames Instrument auf der Grundlage einer genialen Idee. Nun aber werden diese Operationen unzulässigerweise auf Gravitationsfelder angewendet, die damit als materielle Objekte definiert und nachfolgend so behandelt werden. Und genau hierin liegt der theoretische Grundfehler, der in der Folge zu unzutreffenden, physikalisch inhaltslosen Begriffen wie *„Abstrahlung“* oder *„Ausbreitung“ der Gravitation*, allgemein *„Bewegung“ der Gravitation*, *„Gravitationswellen“* und anderen führt. Das heißt in allgemeiner Beurteilung, daß die heute vertretenen Grundlagen der Gravitationstheorie auf einem falschen Materiebegriff beruhen, der die Gravitation als wesensgleich mit elektromagnetischer Strahlung, heißt mit Energiebewegung ansieht. Dem widerspricht aber die elementare Tatsache, daß Gravitation eine Kraft ist, Energie hingegen ein Produkt aus Kraft mal Weg, daß heißt, Energie und Gravitation sind zwei wesensverschiedne Entitäten, die nicht mit den gleichen Kriterien beschrieben und nicht mit denselben mathematischen Operationen erklärt werden können. Aus dieser Sicht heraus ist das Einsteinsche Zitat „Wir werden zeigen, daß diese $\gamma_{\mu\nu}$ in analoger Weise berechnet werden können wie die retardierenden Potentiale der Elektrodynamik“ (siehe oben) falsch.

Man erkennt auch aus dem von Neidhart beschriebenen Hergang der Entwicklung der Gravitationstheorie, daß beide (Einstein und Großmann) mit erheblichen Problemen zu kämpfen hatten, die Theorie mit dem tatsächlichen Wesen der Gravitation zur Deckung zu bringen. Auf dem Wege dahin erkennt man eine Reihe sehr spekulativer Annahmen und Definitionen.